

**МИНИСТЕРСТВО СЕЛЬСКОГО ХОЗЯЙСТВА РОССИЙСКОЙ ФЕДЕРАЦИИ**

**ФЕДЕРАЛЬНОЕ ГОСУДАРСТВЕННОЕ БЮДЖЕТНОЕ ОБРАЗОВАТЕЛЬНОЕ  
УЧРЕЖДЕНИЕ ВЫСШЕГО ПРОФЕССИОНАЛЬНОГО ОБРАЗОВАНИЯ  
КРАСНОЯРСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ АГРАРНЫЙ УНИВЕРСИТЕТ**

---

УТВЕРЖДАЮ:

Ректор ФГБОУ ВПО Краснояр АУ

*И. В. Цуленко*  
И. В. Цуленко  
"25" 09 2012 г.



**ПРОГРАММА КАНДИДАТСКОГО ЭКЗАМЕНА  
ПО СПЕЦИАЛЬНОЙ ДИСЦИПЛИНЕ**

**01.01.06 «Математическая логика, алгебра и теория чисел»**

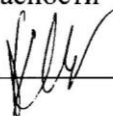
(шифр и наименование научной специальности)

Год обучения 2

Форма обучения очная

Красноярск, 2012

Составители: Шлепкин А.К., д.ф.-м.н., профессор, зав. каф. прикладной математики и информационно-компьютерной безопасности

 «20» 12 2011 г.

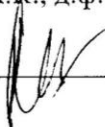
Программа разработана в соответствии с федеральными государственными требованиями к структуре основной профессиональной образовательной программы послевузовского профессионального образования (аспирантура), утвержденными приказом Минобрнауки России от 16 марта 2011 г. N 1365;

паспортом номенклатуры специальностей научных работников  
01.01.06 «Математическая логика, алгебра и теория чисел»,  
программы-минимум кандидатского экзамена по специальности  
01.01.06 «Математическая логика, алгебра и теория чисел»

Программа обсуждена на заседании кафедры прикладной математики и информационно-компьютерной безопасности

протокол № 3 «21» 12 2011 г.

Зав. кафедрой Шлепкин А.К., д.ф.-м.н., профессор

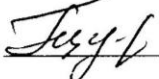
 «21» 12 2011 г.

**Лист согласования рабочей программы**

Программа принята советом института подготовки кадров высшей квалификации

протокол № 1 «27» 12 2011 г.

Председатель Цугленок Г.И., д.т.н., проф.

 «27» 12 2011 г.

Программа утверждена на заседании Ученого совета ФГБОУ ВПО КрасГАУ

протокол № 6 от «24» 02 2012 г.,

## 1. Аннотация

Кандидатский экзамен по специальной дисциплине для аспирантов специальности 01.01.06 Математическая логика, алгебра и теория чисел проводится кафедрой прикладной математики и информационно-компьютерной безопасности

Общая трудоемкость кандидатского экзамена составляет 1 зачетную единицу, 36 часов самостоятельной работы аспиранта.

## 2. Содержание кандидатского экзамена

### 1. Математическая логика и теория алгоритмов

Понятие алгоритма и его уточнения. Вычислимость по Тьюрингу, частично рекурсивные функции, рекурсивно перечислимые и рекурсивные множества. Тезис Чёрча.

Универсальные вычислимые функции. Существование перечислимого неразрешимого множества. Алгоритмические проблемы.

Построение полугруппы с неразрешимой проблемой распознавания равенства.

Классы P и NP. Полиномиальная сводимость и NP-полные задачи. Теорема об NP-полноте задачи ВЫПОЛНИМОСТЬ.

Логика высказываний. Представимость булевых функций формулами логики высказываний. Конъюнктивные и дизъюнктивные нормальные формы.

Исчисление высказываний. Полнота и непротиворечивость.

Логика предикатов. Приведение формул логики предикатов к предварённой нормальной форме.

Исчисление предикатов. Непротиворечивость. Теорема о дедукции.

\* Полнота исчисления предикатов. Теорема Мальцева о компактности.

\*Элементарные теории классов алгебраических систем. Категоричные в данной мощности теории. Теорема о полноте теории, не имеющей конечных моделей и категоричной в бесконечной мощности.

Разрешимые теории. Теория плотного линейного порядка.

Формальная арифметика. Теорема о представимости вычислимых функций в формальной арифметике (без доказательства).

\*Теорема Гёделя о неполноте формальной арифметики. Теорема Тарского о невыразимости арифметической истинности в арифметике.

\*Неразрешимость алгоритмической проблемы выводимости для арифметики и логики предикатов.

\*Аксиоматическая теория множеств. Порядковые числа, принцип трансфинитной индукции. Аксиома выбора.

### 2. Алгебра

Теоремы Силова.

Простота группы  $A_n$ ,  $n \geq 5$  и  $SO_3$ .

Теорема о конечно порожденных модулях над евклидовым кольцом и ее следствия для групп и линейных операторов.

Свободные группы и определяющие соотношения.

Алгебраические расширения полей. Теорема о примитивном элементе. Поле разложения многочлена. Основная теорема теории Галуа.

Конечные поля, их подполя и автоморфизмы.

Радикал кольца. Структурная теорема о полупростых кольцах с условием минимальности.

Группа Брауэра. Теорема Фробениуса.

Нетеровы кольца и модули. Теорема Гильберта о базисе.

Алгебры Ли. Простые и разрешимые алгебры. Теорема Ли о разрешимых алгебрах. Теорема Биркгофа-Витта.

\*Основы теории представлений. Теорема Машке. Одномерные представления. Соотношения ортогональности.

\*Алгебраические системы. Свободные алгебры. Многообразие алгебр. Теорема Биркгофа.

\*Решетки. Дедекиндовы решетки. Теорема Стоуна о булевых алгебрах.

### 3. Теория чисел

Квадратичный закон взаимности.

Первообразные корни и индексы.

Неравенства Чебышева для функции  $\pi(x)$ .

Дзета-функция Римана. Асимптотический закон распределения простых чисел.

Характеры и L-функции. Теорема Дирихле о простых числах в арифметической прогрессии.

Тригонометрические суммы. Модуль гауссовой суммы. Полные тригонометрические суммы и число решений сравнений.

\*Критерий Вейля равномерного распределения. Теорема Вейля о последовательности значений многочлена.

Модулярная группа и модулярные функции. Теорема о строении алгебры модулярных форм.

Представление целых чисел унимодулярными квадратичными формами.

Приближение вещественных чисел рациональными дробями. Теорема Лиувилля о приближении алгебраических чисел рациональными дробями. Примеры трансцендентных чисел.

Трансцендентность чисел  $e$  и  $\pi$ .

### **3. Учебно-методическое и информационное обеспечение**

#### *3.1. Основная литература*

1. Лавров, И. А. Задачи по теории множеств, математической логике и теории алгоритмов [Текст] / И. А. Лавров, Л. Л. Максимова. - 5-е изд., испр. – М. : Физматлит, 2003
2. Кострикин, А. И. Введение в алгебру [Текст] : учебник / А. И. Кострикин. - 2-е изд., стер. - М. : Физико-математическая литература, 2001
3. Платонов, В. П. Алгебраические группы и теория чисел [Текст] / В. П. Платонов, А. С. Распинчук. - М. : Наука, 1991
4. Виноградов, И. М. Основы теории чисел [Текст] : учебное пособие / И. М. Виноградов. - Издание двенадцатое, стереотипное. - Санкт-Петербург : Лань, 2009.
5. Абчук, В. А. Экономико-математические методы: элементарная мате-матика и логика [Текст] : методы исследования операций / В. А. Абчук. - СПб. : Союз, 1999. - 320 с. - 27.50 р.
6. Успенский, В. А. Вводный курс математической логики [Текст] : [учебное пособие] / В. А. Успенский, Н. К. Верещагин, В. Е. Плиско. - [2-е изд.]. - М. : Физматлит, 2002. - 125 с.
7. Мальцев, И. А. Линейная алгебра [Текст] : учебное пособие / И. А. Мальцев. - Издание 2-е, исправленное и дополненное. - Санкт-Петербург : Лань, 2010. - 379 с. ....

#### *3.2. Дополнительная литература*

1. М.Гэри, Д.Джонсон. Вычислительные машины и труднорешаемые задачи. М.: Мир, 1982.
2. Ю.Л.Ершов, Е.А.Палютин. Математическая логика. Изд. 2. М.: Наука, 1987.
3. А.И.Мальцев. Алгоритмы и рекурсивные функции. Изд. 2. М.: Наука, 1986.
4. Э.Мендельсон. Введение в математическую логику. Изд. 3. М.: Наука, 1984.
5. П.С.Новиков. Элементы математической логики. Изд. 2. М.: Наука, 1973.
6. Ю.Л.Ершов. Проблемы разрешимости и конструктивные модели. Наука, 1980.
7. Ван дер Варден Б.Л. Алгебра. М.: Наука, 1976.
8. Кострикин А.И. Введение в алгебру. Часть 3. Основные структуры алгебры. М.: Физматлит, 2000.
9. Винберг Э.Б. М., Курс алгебры. М., "Факториал Пресс", 1001.
10. Скорняков Л.А. Элементы общей алгебры. М.: Наука, 1983.
11. Мальцев А.И. Алгебраические системы. М.: Наука, 1970
12. Ленг С. Алгебра. М., Мир, 1968.
13. Джекобсон Н. Алгебры Ли. М., Мир, 1964.
14. Борович З.И., Шафаревич И.Р., Теория чисел. М., Наука, 1985.
15. Виноградов И.М. Основы теории чисел. М., Наука, 1981.
16. Галочкин А.И., Нестеренко Ю.В., Шидловский А.Б. Введение в теорию чисел. М., МГУ, 1995.
17. Карацуба А.А. Основы аналитической теории чисел. М., Наука, 1983.
18. Кейперс Л., Нидеррейтер Г. Равномерное распределение последовательностей. М., Наука, 1985.
19. Коробков Н.М. Тригонометрические суммы и их приложения. М., Наука, 1989.
20. Серр Ж.П., Курс арифметики. М., Мир, 1972.
21. Чандрасекхаран К. Введение в аналитическую теорию чисел. М., Мир, 1974.